

Guía de Ejercicios: Máquinas de Turing (Computadores)

1 Ejercicios Resueltos

1. Suponga usted que cuenta con los siguientes Computadores, que no modifican sus cintas de entrada y reciben como parámetros que cintas a usar como entradas y salidas:

- Un computador $COPY(e, s)$, de dos cintas (una de entrada y una de salida).
 - e : Cinta de entrada. Tendrá una frase de la forma 1^a , con $a \geq 0$.
 - s : Cinta de salida. Al ejecutar la máquina, tendrá la frase 1^a .
- Un computador $SUM(e_1, e_2, s)$, de tres cintas (dos de entrada y una de salida).
 - e_1 : Primera cinta de entrada. Tendrá una frase de la forma 1^a , con $a \geq 0$.
 - e_2 : Segunda cinta de entrada. Tendrá una frase de la forma 1^b , con $b \geq 0$.
 - s : Cinta de salida. Al ejecutar la máquina, tendrá la frase 1^{a+b} .
- Un computador $MUL(e_1, e_2, s)$, de tres cintas (dos de entrada y una de salida).
 - e_1 : Primera cinta de entrada. Tendrá una frase de la forma 1^a , con $a \geq 0$.
 - e_2 : Segunda cinta de entrada. Tendrá una frase de la forma 1^b , con $b \geq 0$.
 - s : Cinta de salida. Al ejecutar la máquina, tendrá la frase 1^{a*b} .
- Un computador $SQRT(e, s)$, de dos cintas (una de entrada y una de salida).
 - e : Cinta de entrada. Tendrá una frase de la forma 1^a , con $a \geq 0$.
 - s : Cinta de salida. Al ejecutar la máquina, tendrá la frase $1^{\lfloor \sqrt{a} \rfloor}$.

Se desea que implemente un Computador HIP , de cuatro cintas (dos de entrada, una auxiliar y una de salida) para la siguiente función:

- La primera cinta de entrada tendrá una frase de la forma 1^a , con $a \geq 0$.
- La segunda cinta de entrada tendrá una frase de la forma 1^b , con $b \geq 0$.
- Al ejecutar la máquina, la cinta de salida tendrá la frase $1^{\lfloor \sqrt{a^2+b^2} \rfloor}$, la hipotenusa (parte entera) de catetos con longitud a y b .

Solución:

- Ejecutar $COPY(1, 3)$.
- Ejecutar $MUL(1, 3, 4)$.
- Ejecutar $COPY(2, 3)$.
- Ejecutar $MUL(2, 3, 1)$.
- Ejecutar $SUM(1, 4, 3)$.
- Ejecutar $SQRT(3, 4)$.

2. Suponga usted que cuenta con los siguientes Computadores, que no modifican sus cintas de entrada y reciben como parámetros que cintas a usar como entradas y salidas:

- Un computador $COPY(e, s)$, de dos cintas (una de entrada y una de salida).
 - e : Cinta de entrada. Tendrá una frase $p \in \{false, true\}$.
 - s : Cinta de salida. Al ejecutar la máquina, tendrá la frase p .
- Un computador $NAND(e_1, e_2, s)$, de tres cintas (dos de entrada y una de salida).
 - e_1 : Primera cinta de entrada. Tendrá una frase $p \in \{false, true\}$.
 - e_2 : Segunda cinta de entrada. Tendrá una frase $q \in \{false, true\}$.
 - s : Cinta de salida. Al ejecutar la máquina, tendrá la frase $\neg(p \wedge q)$.

Se desea que implemente los siguientes Computadores:

- NOT , de tres cintas (una de entrada, una auxiliar y una de salida) para la siguiente función:
 - La cinta de entrada tendrá una frase $p \in \{false, true\}$.
 - Al ejecutar la máquina, la cinta de salida tendrá la frase $\neg p$.

Solución:

- (a) Ejecutar $COPY(1, 2)$.
- (b) Ejecutar $NAND(1, 2, 3)$.
- OR , de tres cintas (dos de entrada y una de salida) para la siguiente función (Puede utilizar el Computador $NOT(e, s)$):
 - e_1 : Primera cinta de entrada. Tendrá una frase $p \in \{false, true\}$.
 - e_2 : Segunda cinta de entrada. Tendrá una frase $q \in \{false, true\}$.
 - s : Cinta de salida. Al ejecutar la máquina, tendrá la frase $p \vee q$.

Solución:

- (a) Ejecutar $COPY(1, 3)$.
- (b) Ejecutar $NOT(1, 2)$.
- (c) Ejecutar $NOT(3, 1)$.
- (d) Ejecutar $NAND(1, 2, 3)$.

2 Ejercicios Propuestos

1. Continuando con las máquinas disponibles para el ejemplo resuelto 2 (incluyendo aquellas implementadas en la solución), se desea que implemente los siguientes Computadores:

- *AND*, de tres cintas (dos de entrada y una de salida) para la siguiente función:
 - e_1 : Primera cinta de entrada. Tendrá una frase $p \in \{false, true\}$.
 - e_2 : Segunda cinta de entrada. Tendrá una frase $q \in \{false, true\}$.
 - s : Cinta de salida. Al ejecutar la máquina, tendrá la frase $p \wedge q$.
- *EQ*, de cuatro cintas (dos de entrada, una auxiliar y una de salida) para la siguiente función:
 - e_1 : Primera cinta de entrada. Tendrá una frase $p \in \{false, true\}$.
 - e_2 : Segunda cinta de entrada. Tendrá una frase $q \in \{false, true\}$.
 - s : Cinta de salida. Al ejecutar la máquina, tendrá la frase $p \equiv q$.
- *XOR*, de cuatro cintas (dos de entrada, una auxiliar y una de salida) para la siguiente función:
 - e_1 : Primera cinta de entrada. Tendrá una frase $p \in \{false, true\}$.
 - e_2 : Segunda cinta de entrada. Tendrá una frase $q \in \{false, true\}$.
 - s : Cinta de salida. Al ejecutar la máquina, tendrá la frase $p \neq q$.

2. Suponga usted que cuenta con los siguientes Computadores, que no modifican sus cintas de entrada y reciben como parámetros que cintas a usar como entradas y salidas:

- Un computador *SUM*(e_1, e_2, s), de tres cintas (dos de entrada y una de salida).
 - e_1 : Primera cinta de entrada. Tendrá una frase de la forma 1^a , con $a \geq 0$.
 - e_2 : Segunda cinta de entrada. Tendrá una frase de la forma 1^b , con $b \geq 0$.
 - s : Cinta de salida. Al ejecutar la máquina, tendrá la frase 1^{a+b} .
- Un computador *MINUS*(e_1, e_2, s), de tres cintas (dos de entrada y una de salida).
 - e_1 : Primera cinta de entrada. Tendrá una frase de la forma 1^a , con $a \geq 0$.
 - e_2 : Segunda cinta de entrada. Tendrá una frase de la forma 1^b , con $a \geq b \geq 0$.
 - s : Cinta de salida. Al ejecutar la máquina, tendrá la frase 1^{a-b} .

Se desea que implemente un Computador *SWAP*, de cuatro cintas (dos de entrada/salida, una auxiliar) para la siguiente función:

- La primera cinta de entrada tendrá una frase de la forma 1^a , con $a \geq 0$.
- La segunda cinta de entrada tendrá una frase de la forma 1^b , con $b \geq 0$.
- Al ejecutar la máquina:
 - La primera cinta de entrada/salida tendrá la frase 1^b .
 - La segunda cinta de entrada/salida tendrá la frase 1^a .